

# AGENTEN IN HÖHEREN SPHÄREN – QUANTENMECHANISCHE SITUATIONSMODELLIERUNG KOGNITIVER SYSTEME AM BEISPIEL DES MOUSE-MAZE-PROBLEMS

*Markus Huber und Ronald Römer*

*BTU Cottbus-Senftenberg*

*markus.huber@b-tu.de*

**Kurzfassung:** Wir greifen eine Einsicht aus der theoretischen Psychologie auf, wonach sich Sprache erst nach der Fähigkeit zum Problemlösen entwickelt hat. Für technische Systeme leiten wir daraus die Hypothese ab, dass die bei der Problemlösung entstehenden Strukturen auch für die Kommunikation verwendet werden und somit nicht von einem Konstrukteur erdacht werden müssen, sondern erlernt werden können. Grundlegend ist dabei die Repräsentation von Situationen und Operationen, welche wir im Hilbertraum modellieren. Wir zeigen, dass diese semantischen Strukturen entsprechen, von denen in [1] gezeigt wurde, dass sie artikulations- und interpretationsfähig sind.

## 1 Motivation und Einführung

Das Studium kognitiver Systeme setzt sich im Kern mit den vier Schwerpunkten Wissensrepräsentation und Problemlösung sowie Kommunikation und Lernen auseinander. Die vorliegende Arbeit liefert einen Beitrag zur Repräsentation von abstrakten Objekten durch semantische Träger und deren Verarbeitung in kognitiven Systemen. Dabei sollen die aus der systemtheoretisch geprägten Psychologie ([2, 3, 4]) bekannten Zusammenhänge zwischen den o.g. Schwerpunkten genutzt werden, um den Autonomiegrad kognitiver Systeme zu erhöhen. Grundlegend für die Modellierung ist zunächst der Übergang von der sensorischen Wahrnehmung hin zur Unterscheidung von Dingen oder Objekten denen bestimmte Eigenschaften anhängen. Auf dieser Grundlage beruht die Fähigkeit zur Trennung von Subjekt, Objekt und Umgebung, welche eine wichtige Voraussetzung für die prärationale (Instinkt) und rationale Verhaltensorganisation darstellt.

Mit der Wissensrepräsentation werden Eigenschaften und Beziehungen zwischen diesen abstrakten Objekten auf formale Weise beschrieben, so dass sie logisch verarbeitet werden können. Neben der Bestimmung und Speicherung von faktischem Wissen kann somit auch Wissen abgeleitet werden.

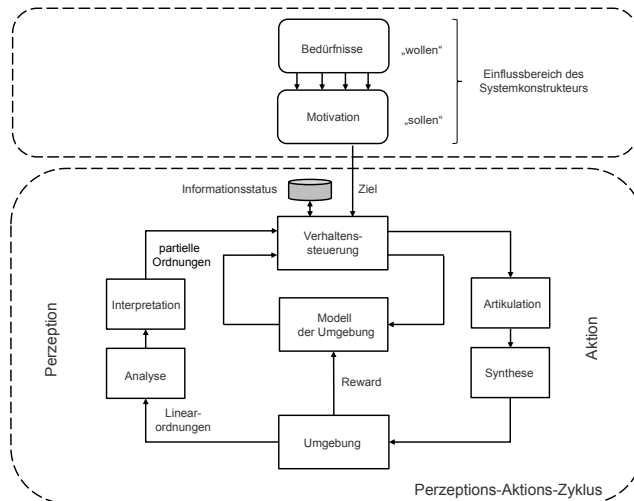
Bei der Problemlösung müssen zwei Aspekte unterschieden werden: Aus der Perspektive der klassischen KI steht die Lösung des Planungsproblems im Vordergrund. Dabei geht es um die Frage, wie man durch zielgerichtete Aktionsauswahl von einer Start- zur Zielsituation gelangen kann. In [2] wurde jedoch gezeigt, dass dieser Fragestellung das sogenannte Reifikationsproblem vorausgeht, bei dem die lösungsrelevanten Eigenschaften und Beziehungen gefunden werden müssen. Erst mit der Lösung dieses Problems, können dann geeignete Aktionen identifiziert werden [5]. Diese Einsicht führt uns auf einen Zusammenhang zwischen Problemlösung und Kommunikation, denn nach [2] hat sich Sprache – als Kommunikationsmittel – erst nach der Fähigkeit zum produktiven Denken (Problemlösen) entwickelt.

Daraus lässt sich nun die Hypothese ableiten, dass die Strukturen des Problemlösens sowohl die Strukturen der Verhaltenssteuerung als auch die Strukturen der verwendeten Sprachgebilde bestimmen und somit nicht vom Systemkonstrukteur erdacht werden müssen, sondern erlernt werden können.

## 2 Problemstellung

Für die formale Untersuchung greifen wir wieder auf das bewährte Mouse-Maze-Problem zurück. Dabei werden wir uns bei der formalen Darstellung der Problemlösung darauf beschränken, die *Repräsentation von Situationen* (z.B.: „Das Objekt Käse befindet sich auf Feld  $(x,y)$ .“) durch eine geeignete mathematischen Struktur zu modellieren.

Zunächst ordnen wir den Gegenstand unserer Untersuchungen in die Struktur und Funktion kognitiver Systeme ein. Hierzu betrachten wir Abbildung 1:



**Abbildung 1** – Grobstruktur kognitiver Systeme. Der obere Teil enthält die Ebene der Bedürfnisse und Motive. Im unteren Teil wird der Perzeptions-Aktionszyklus dargestellt.

**Bedürfnisse und Motivation.** Auf der höchsten Ebene sind die Bedürfnisse angesiedelt, welche das „Wollen“ bestimmen, gefolgt von der Ebene der Motive, welche das „Sollen“ vorgeben. Da es nach derzeitigem Kenntnisstand keine biologische Entwicklungsstufe gibt, in der ein Individuum auf seine physischen Bedürfnisstrukturen – also das, was es zum Zwecke der Selbsterhaltung „Wollen“ muss – willentlich Einfluss nehmen kann, sind diese Strukturen auch bei technischen kognitiven Systemen vom Systemkonstrukteur vorzugeben. Diese Einschränkung lockert sich erst mit dem Übergang zur Motivationsebene, auf der dem System die Ziele zur Befriedigung der betreffenden Bedürfnisse bestimmt werden. An dieser Stelle befindet sich der Einstiegspunkt unserer Arbeit. Wir gehen im Folgenden von lediglich einem konkreten, handlungsleitenden Bedürfnis und einem konkret vorgegebenem Zielobjekt aus, so dass die Aufmerksamkeit des Subjekts auf die Problemlösung gerichtet wird.

**Reifikation und Planungsproblem.** Ausgehend vom Zielobjekt „Käse“ müssen zunächst dessen lösungsrelevante Eigenschaften und Beziehungen zu anderen lösungsrelevanten Objekten durch den vorgelagerten Reifikationsprozess gefunden werden. In der Folge können wirksame Operatoren/Aktionen für das Planungsproblem bereitgestellt werden, bei dem es im Kern um die Auswahl und Verkettung von Einzelaktionen geht, so dass ausgehend von einer Startsituation die Zielsituation erreicht werden kann. Dabei denkt man sich die Ausgangssituation einer Problemstellung als Wurzelknoten eines Baumes und die Folgesituationen, die durch einen Aktionsschritt aus der Ausgangssituation erzeugt werden können, als Nachfolgerknoten des Wurzelknotens. Dieses Verfahren kann so lange fortgesetzt werden, bis ein Knoten des so entstehenden Lö-

sungsbaumes einer Zielsituation der Problemstellung entspricht. Um nun einen Formalismus zur Lösung aufzustellen, benötigen wir lediglich semantische Träger für Situationen und Operatoren. **Mathematische Repräsentation von Problemlösungsstrukturen.** Für die formale Untersuchung konzentrieren wir uns auf strukturierte Mengen wie Vektorraum (algebraische Struktur) und Hilbertraum (zusätzliche metrische Struktur). Diese Räume wurden bereits in [6, 7] vorgeschlagen, da mit ihnen sowohl der Gebrauch von sprachlichen Mitteln modelliert als auch die Ähnlichkeit von Semantik berücksichtigt werden kann [8]. Vor diesem Hintergrund beschäftigen wir uns mit der Frage, wie wir Situationen und Operatoren in solchen Räumen repräsentieren können. Zur Beurteilung der geeigneter mathematischer Raummodelle untersuchen wir folgende Teilprobleme:

- Können Situationen durch Unterräume repräsentiert werden?
- Lassen sich günstige Situationen (Käse auf Feldelement) und ungünstige Situationen auf separate Unterräume abbilden?
- Entsprechen die gefundenen mathematischen Strukturen semantischen Strukturen?

### 3 Lösungsansatz

Wir beginnen zunächst mit einer kurzen Beschreibung des Settings. In Abbildung 2 sieht man ein quadratisches Labyrinth der Seitenlänge 2, in dem sich eine Scheibe Käse befindet. Dazu gibt es als kognitiven Agenten eine Maus, deren Aufgabe es sein wird, sich den Käse zu schnappen, nachdem sie auf ein Feld des Labyrinths gesetzt wurde. Bevor sie allerdings mit dieser Aufgabe alleine gelassen wird, darf sie eine Phase der Exploration durchlaufen, um sich ein Modell des Problems zu erstellen. Die Maus verfügt über eine Sensorik, mit der sie sowohl die Position im Labyrinth als auch die Anwesenheit von Käse erfassen kann. Für die Aktuatorik stehen ihr die Bewegungsmöglichkeiten in den vier Himmelsrichtungen zur Verfügung.<sup>1</sup>

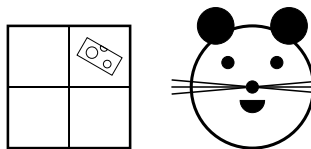


Abbildung 2 – Ein Labyrinth der Seitenlänge 2, eine Scheibe Käse rechts oben und eine Maus.

Das Labyrinth besteht aus zwei Koordinaten in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Es gilt  $X = \{0, 1\}$  und  $Y = \{0, 1\}$ . Zusätzlich gibt es den Käse, wobei  $C = \{0, 1\}$  gilt.

Wir werden zwei Raummodelle untersuchen: Zum einen modellieren wir den Problemraum als direkte geometrische Entsprechung zum physikalischen Raum. Dabei werden die Wertebereiche der 3 Sensoren ( $x$ -Pos,  $y$ -Pos,  $c$ -Käse) auf 3 Raumachsen abgebildet. Zum anderen benutzen wir einen Hilbertraum, verbunden mit quantenmechanischen Formalismen, als abstrakte geometrische Entsprechung zum Problemraum. Hier werden komplette Sensortripel auf einzelne Raumachsen abgebildet. Die Lösung des Reifikationsproblems geht auf die Feststellung zurück, dass die  $x$ - und  $y$ -Position sowohl steuer- als auch beobachtbar sind. Dagegen ist das Objekt Käse lediglich beobachtbar. Die  $x$ - und  $y$ -Position stellen also lösungsrelevante Eigenschaften dar. Aktionen müssen daher von Operatoren repräsentiert werden, die Situationsübergänge unabhängig vom Objekt Käse erlauben, um zur Lösung des Planungsproblems verwendet werden zu können.

<sup>1</sup>Allgemein muss man voraussetzen, dass die Merkmale der Aktuatorik Teil der Merkmale der Sensorik sind.

### 3.1 Direkte geometrische Umsetzung

Zunächst wollen wir die einzelnen Sensoren als Bezeichner von Mengen auffassen, welche jeweils einen diskreten, endlichen Wertebereich umfassen. Die Elemente dieser Mengen können z.B. durch Aufzählung festgelegt werden. Für unser Beispiel erhalten wir:  $X = \{x_0, x_1\}$ ,  $Y = \{y_0, y_1\}$  und  $C = \{c_0, c_1\}$ . Jede Zusammenstellung  $(x, y, c)$  des kartesischen Produkts  $X \times Y \times C$  wird dann ein Tripel genannt. Für unser Beispiel erhalten wir folglich  $2^3$  Tripel. Um nun ein mathematisches Raummodell zu konstruieren, in dem wir rechnen können, müssen wir Mengen betrachten, denen eine algebraische Struktur aufgeprägt ist. Eine solche algebraische Struktur ist bspw. der Vektorraum. Dieser ist durch eine Grundmenge  $V$  zusammen mit einer inneren Verknüpfung  $+$  :  $V \times V \rightarrow V$  und einer äußeren Verknüpfung  $\cdot$  :  $K \times V \rightarrow V$  festgelegt und wird  $K$ -Vektorraum genannt, wobei  $K$  ein Körper ist. Eine sparsame Konstruktion ergibt sich, wenn wir den Vektorraum durch eine Menge von Basisvektoren  $B_V = \{v_1, \dots, v_n\}$  aufspannen:  $V = [B_V]$ , wobei die *lineare Hülle*  $[B_V]$  von  $B_V$  aus allen Linearkombinationen von Vektoren aus  $B_V$  besteht:

$$[B_V] = \left\{ \sum_{v \in B_V} K \cdot v \right\}.$$

Wenn wir  $K = GF(2)$  wählen, genügen  $|B_V| = 3$  Basisvektoren, um jedes Tripel  $(x, y, c)$  als ein Element aus  $[B_V]$  zu interpretieren, so dass wir einen dreidimensionalen Würfel erhalten, in dem jeder Eckpunkt ein Tripel repräsentiert. An diesem Würfel lässt sich bereits leicht einsehen, dass sich günstige Situationen  $(x, y, 1)$  und ungünstige Situationen  $(x, y, 0)$  nicht durch entsprechende Unterräume trennen lassen, da der Nullvektor, der in jedem Unterraum enthalten ist, zugleich ein Tripel repräsentiert. Als Alternative bietet sich an, jedem Tripel einen Basisvektor zuzuordnen, womit wir uns im folgenden Abschnitt beschäftigen.

### 3.2 Abstrakte geometrische Umsetzung

Zu jeder Wertemenge  $W \in \{X, Y, C\}$  konstruieren wir einen  $|W|$ -dimensionalen Hilbertraum<sup>2</sup>, den wir jeweils auch mit  $W$  bezeichnen, *Werte-Raum* nennen und der jeweils über eine Orthonormalbasis  $E_W$  verfügt. Weiter gibt es jeweils eine bijektive Abbildung  $\eta_W : W \rightarrow E_W$ , die jedem Wert einen passenden Basisvektor, *Werte-Vektor* genannt, zuordnet. Ist der Index aus dem Zusammenhang klar, lassen wir ihn auch einfach weg. Man kann nun jeden Wert  $w \in W$  einer Wertemenge  $W \in \{X, Y, C\}$  als Werte-Vektor  $\eta(w)$  im passenden Werte-Raum  $W$  darstellen.

Am Beispiel des Werte-Raums  $X$  – ein Hilbertraum der Dimension 2 mit Orthonormalbasis  $E_X$  – verdeutlichen wir die Formalismen, die die Quantenmechanik bietet. Wir beschränken uns auf den reellen Fall und können  $X$  mit dem  $\mathbb{R}^2$  zusammen mit dem Standardskalarprodukt und der Standardbasis  $E_2$  identifizieren und die beiden Vektoren  $x_0 \simeq (1 \ 0)^t = e_1$  und  $x_1 \simeq (0 \ 1)^t = e_2$  als Werte-Vektoren benutzen. Für jeden dieser Vektoren konstruieren wir einen Projektor mittels Matrixmultiplikation. Es ergeben sich dabei  $p_{x_0} = x_0 \cdot x_0^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  und  $p_{x_1} = x_1 \cdot x_1^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Hat man nun einen Vektor  $v \in E_2$ , kann man mit der Rechnung  $v^t \cdot p_{x_0} \cdot v$  überprüfen, ob es sich um den Vektor  $x_0$  handelt. Die Rechnung, in der Quantenmechanik als *Messung* bezeichnet, ergibt nämlich in diesem Fall den Wert 1 und falls  $v \neq x_0$  gelten sollte, den Wert 0. Da die Matrixmultiplikation assoziativ ist, gilt  $v^t \cdot p_{x_0} \cdot v = v^t \cdot (p_{x_0} \cdot v)$  und man sieht, dass  $v$  zunächst auf den eindimensionalen Raum  $\mathbb{R}x_0$  projiziert und anschließend das Skalarprodukt von  $v$  und der Projektion berechnet wird. Wenn man also allgemein einen Vektor  $v \in \mathbb{R}^2$  mit  $\|v\| = 1$  nimmt, dann ermittelt die Rechnung  $v^t \cdot p_{x_0} \cdot v$  den Anteil von  $x_0$ , der in  $v$  steckt, als Wert aus  $[0, 1]$ ; wenn alle Koeffizienten von  $v$  nicht-negativ sind. Wir beschränken uns also auf Vektoren

<sup>2</sup>Dabei handelt es sich um einen Vektorraum, zusammen mit einem Skalarprodukt, der vollständig ist.

der Einheitskreislinie im ersten Quadranten.<sup>3</sup> Dadurch können wir aber auch alle möglichen Überlagerungen von  $x_0$  und  $x_1$  darstellen, wobei diese als Wahrscheinlichkeitsverteilung zu verstehen sind und der Superposition aus der Quantenmechanik entsprechen.

Man kann nun jeden Datensatz – und damit jedes Ergebnis der Sensorik – als Tripel  $(x, y, c) \in X \times Y \times C$  von Werten oder auch als Tripel von Werte-Vektoren  $(\eta(x), \eta(y), \eta(c))$  darstellen, von denen es jeweils 8 gibt, da  $|X| \cdot |Y| \cdot |C| = \dim(X) \cdot \dim(Y) \cdot \dim(C) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ .

Verbindet man alle Werte-Räume per Tensorprodukt, erzeugt man einen großen Hilbertraum. Wir erhalten  $\mathcal{W} = \bigotimes_{W \in \{X, Y, C\}} W$ , wobei die Reihenfolge der einzelnen Räume unbestimmt ist. Da die verschiedenen Räume, die entstehen würden, aber isomorph sind, brauchen wir uns nicht festzulegen. Der Raum hat die Dimension  $\prod_{W \in \{X, Y, C\}} \dim(W) = 8$  und die Orthonormalbasis  $E_{\mathcal{W}} = \bigcup_{x \in E_X, y \in E_Y, c \in E_C} \bigotimes_{w \in \{x, y, c\}} w$ . Hierbei fällt auf, dass man jeden Basisvektor  $\bigotimes_{w \in \{x, y, c\}} w \in E_{\mathcal{W}}$  mit  $x \in E_X$ ,  $y \in E_Y$  und  $c \in E_C$  mit dem Werte-Vektor-Tripel  $(x, y, c)$  bzw. mit dem Werte-Tripel  $(\eta^{-1}(x), \eta^{-1}(y), \eta^{-1}(c))$  identifizieren kann. Das wollen wir im Folgenden auch tun und einfach benutzen, was der Argumentation gerade besser dienlich ist. Zudem nennen wir jeden Vektor aus  $E_{\mathcal{W}}$  einen *Datensatz-Vektor*. Den Raum  $\mathcal{W}$  kann man mit dem reellen Vektorraum  $\mathbb{R}^8$  identifizieren. Jede Ausgabe der Sensorik der Maus kann dann als Vektor auf der  $S^7$  dargestellt werden und ist sogar ein Element von  $E_{\mathcal{W}}$  und einer der Einheitsvektoren aus  $E_8$ .

Nun folgt die bereits erwähnte Phase der Exploration, in der die Maus alle Felder des Labyrinths betritt und so 4 Werte-Tripel erhält. Diese Tripel geben die Welt der Maus wieder, wobei es sich um eine konkrete Ausprägung handelt, da die verschiedenen Kombinationen von je 4 Werte-Tripeln – wobei für jedes Feld des Labyrinths genau ein Tripel enthalten ist – den möglichen Welten dieses Labyrinths entsprechen. Die 4 Datensatz-Vektoren werden zu einem einzigen Vektor kombiniert<sup>4</sup>, den wir schlicht *Welt* nennen wollen. Mithilfe von Messungen können wir aus der Welt die Datensatz-Vektoren wieder rekonstruieren.<sup>5</sup>

Für den weiteren Verlauf der Explorationsphase müssen wir das Ziel der Maus betrachten: Sie möchte zum Käse, sich also im Unterraum wiederfinden, der von der Menge  $E_K = \bigcup_{x \in E_X, y \in E_Y} \bigotimes_{w \in \{x, y, \eta_C(1)\}} w$  aufgespannt wird. Dieser Raum beinhaltet alle Tripel, bei denen die dritte Komponente den Wert 1 hat. Wir nennen diesen Unterraum den *Käse-Raum*, bezeichnen ihn mit  $K$  und sein Komplement  $H$ , mit  $E_H = \bigcup_{x \in E_X, y \in E_Y} \bigotimes_{w \in \{x, y, \eta_C(0)\}} w$ , nennen wir den *Hunger-Raum*. Unabhängig von einer konkreten Ausprägung der Welt gilt für die Dimensionen  $\dim(K) = \prod_{W \in \{X, Y\}} \dim(W) = \dim(H)$  und außerdem teilen sie den gesamten Raum  $\mathcal{W}$  in einen günstigen und einen ungünstigen Unterraum, wobei  $\mathcal{W} = K \oplus H$  gilt. Projiziert man die Welt auf  $K$ , zeigt sich, ob es eine gute Welt mit Käse ist. Ist dies der Fall, ist das normierte Ergebnis der Projektion sogar die Superposition aller möglichen Zielzustände, welche wir *Ziel* nennen. Sie entspricht einem Unterraum der Realität, den wir *Paradies* nennen.

Die Maus kennt jetzt Welt und Ziel, Realität und Paradies. Da sie aber nur  $x$ - und  $y$ -Richtung manipulieren kann, nicht aber die Anwesenheit von Käse, muss sie ihre gefundenen Daten noch strukturieren, um ihr Vorgehen planen zu können. Sie findet lösungsrelevante Eigenschaften und Beziehungen für ihre Aufgabe dadurch, dass sie diejenigen Werte-Räume, die sie manipulieren kann, mit dem Tensorprodukt zu einem neuen Werte-Raum zusammenfasst.<sup>6</sup>

Es entsteht eine Struktur, wie sie in Abbildung 3 zu sehen ist. Mittels geeigneter Abbildungen

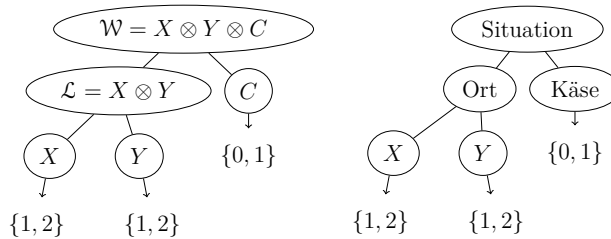
<sup>3</sup>Ganz allgemein bewegen wir uns immer auf einer Kugeloberfläche, aber in dem Teil, in dem alle Koeffizienten nicht-negativ sind. Für einen Werte-Raum der Dimension  $n$  ist das der positive Orthant der Einheitssphäre  $S^{n-1}$ .

<sup>4</sup>Die Vektoren werden addiert und die Summe normiert, wodurch wieder ein Vektor auf der Einheitssphäre entsteht. Dabei handelt es sich dann um die Superposition aller Summanden.

<sup>5</sup>Diesmal allerdings nicht mit den Werten 0 und 1, sondern 0 und einem positiven Wert kleiner-gleich 1. Man findet hier den kleinsten Unterraum von  $\mathcal{W}$ , der von Vektoren aus  $E_{\mathcal{W}}$  – eben gerade den explorierten Tripeln – aufgespannt wird und die Superposition enthält. Diesen Raum nennen wir *Realität*.

<sup>6</sup>Die Bezeichnung *Werte-Raum* wird auf solche Räume ausgeweitet, die per Konvention mit großen Skript-Buchstaben bezeichnet werden.

kann die Maus einen Zielzustand zerlegen und so den Zielort für den Käse berechnen. Die passenden Abbildungen können leicht erzeugt werden: Für jeden Werte-Raum  $W \in 2^{\{X,Y,C\}}$  werden Abbildungen  $\pi_U^W : W \rightarrow U$  mit  $U \in 2^W$  derart definiert, dass jedes Tupel aus dem Ausgangsraum einem kleineren Tupel im Zielraum, bei dem lediglich einige Komponenten fehlen, zugeordnet wird. Dadurch sind derartige Abbildungen zunächst nur auf den Basisvektoren definiert, werden aber durch Fortsetzung als lineare Abbildungen zu Vektorraum-Homomorphismen. Sei nun also  $z \in W$  ein Basisvektor aus dem Paradies, dann gilt  $\pi_C^W(z) = \eta(1)$  und durch  $\pi_C^W(z)$  ist der Zielort als Tupel von  $x$ - und  $y$ -Koordinate im Raum  $\mathcal{L}$  gegeben, in dem die Planung unabhängig vom Objekt Käse durchgeführt werden kann. Mit  $\pi_X^{\mathcal{L}}$  und  $\pi_Y^{\mathcal{L}}$  kann das Tupel weiter zerlegt werden. Wegen der Orthonormalbasen gilt sogar, dass *größere* Sphären auf *kleinere* abgebildet werden.



**Abbildung 3** – Hierarchische Struktur, in der die verschiedenen Werte-Räume angeordnet sind. Korrespondierende Situationsstruktur.

Wir werden nun einen weiteren Ansatz vorstellen, der zur selben Struktur führt, aber auch bei komplexeren Welten angewendet werden kann. Da der Käse nicht direkt manipulierbar ist, muss die Maus einen Zusammenhang finden, um ihn indirekt zu manipulieren. Sie muss also lösungsrelevante Eigenschaften finden, die in einer Beziehung zur Zieleigenschaft stehen. Um die Unterschiede zum ersten Ansatz aufzuzeigen, erweitern das Setting. Auf jedem Feld der linken Spalte bekommt die Maus ein Glas Wasser gereicht. Die Sensorik wird also dahingehend erweitert, dass nun auch die Anwesenheit des Wasserglases erfasst werden kann, wozu wir eine weitere Wertemenge  $G = \{0, 1\}$  einführen.<sup>8</sup> Während der Exploration erhält die Maus wieder auf jedem Feld ein Ergebnis; die Welt entsteht wieder aus 4 Vektoren, die diesmal Quadrupel in einem Raum der Dimension 16 sind. Die Maus kann nun verschiedene Aufgaben bekommen: Den Käse finden, sich etwas zu trinken bringen zu lassen oder auch beides zusammen.

Da die Maus also weder den Käse noch das Glas direkt manipulieren kann, sucht sie für beides nach lösungsrelevanten Eigenschaften. Dazu muss sie zunächst den Käse- und den Hunger-Raum analog zum vorigen Ansatz bilden, benötigt aber noch zwei weitere derartige Unterräume für das Wasserglas. Wir nennen den Raum, der von den Vektoren aus  $E_T = \bigcup_{x \in E_X, y \in E_Y, c \in E_C} \bigotimes_{w \in \{x,y,c,\eta_G(1)\}} w$  aufgespannt wird den *Trink-Raum*  $T$  und sein Komplement  $D$  mit  $E_D = \bigcup_{x \in E_X, y \in E_Y, c \in E_C} \bigotimes_{w \in \{x,y,c,\eta_G(0)\}} w$  nennen wir den *Durst-Raum*.

Für jedes nicht direkt manipulierbare Merkmal führt die Maus folgende Schritte aus:

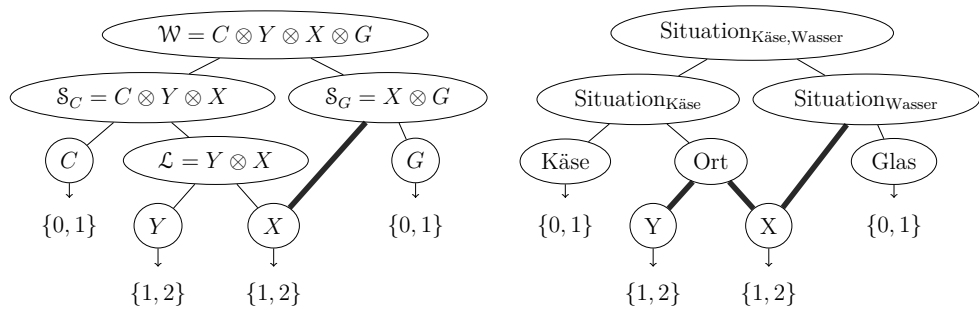
- Projiziere die Welt jeweils in den fraglichen günstigen bzw. ungünstigen Raum.
- Wiederhole für alle direkt manipulierbaren Merkmale sowie Kombinationen von diesen:
  - Überführe die Projektionen jeweils in den aktuell betrachteten Werte-Raum.
  - Sind die Ergebnisse orthogonal, gibt es in der Welt einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem betrachteten Werte-Raum und dem fraglichen Merkmal.

<sup>7</sup>Hier werden Mengen von Werte-Räumen mit dem Tensorprodukt dieser Räume identifiziert.

<sup>8</sup>Dadurch werden auch der Werte-Raum  $G$ , seine Orthonormalbasis  $E_G$  und die Abbildung  $\eta_G$  eingeführt.

So findet die Maus eine Funktion  $\zeta_C$ , die jedem Tupel  $(x, y) \in X \times Y$  eindeutig einen Wert aus  $C$  zuordnet und eine Funktion  $\zeta_G$ , die jedem Wert aus  $X$  eindeutig einen Wert aus  $G$  zuordnet. Insgesamt weiß sie, dass jedes Quadrupel der Welt von der Form  $(x, y, \zeta_C(x, y), \zeta_G(x))$  ist.

Man erhält eine Struktur wie in Abbildung 4. Eine Aufteilung nach manipulierbar und nicht-manipulierbar hätte diese Struktur, die außerdem kein Baum mehr ist, nicht aufgedeckt. Die korrespondierende Situationsstruktur beinhaltet nun auch eine zusammengesetzte Situation. Man erkennt eine sogenannte N-Form, die charakteristisch für allgemeine Halbordnungen ist.[9]



**Abbildung 4** – Hierarchische Struktur für die erweiterte Welt. Die dick gezeichnete Querkante zerstört den Baumcharakter. Korrespondierende Situationsstruktur mit einer dick gezeichneten N-Form.

## 4 Ergebnisse und Ausblick

Wir beantworten die eingangs aufgeworfenen Fragen für den Ansatz aus Abschnitt 3.2:

**Können Situationen durch Unterräume repräsentiert werden?** Ja, wie man den Abbildungen 3 und 4 entnehmen kann. Sie können sogar vom System eigenständig gefunden werden.

**Lassen sich günstige und ungünstige Situationen auf separate Unterräume abbilden?** Ja, diese Eigenschaft wird auch ausgenutzt, um die Situationsstrukturen zu finden.

**Entsprechen die gefundenen mathematischen Strukturen semantischen Strukturen?** Ja, sie ermöglichen einerseits die geplante Problemlösung und lassen sich andererseits wie in [1] zu Interpretation und Artikulation einsetzen.

Da es prinzipiell mehrere mögliche Strukturen geben kann, muss sich deren Veridikalität in realen Kommunikationsszenarien erweisen. Dazu müssen solche Strukturen in ein Sprachdialogsystem integriert werden. Wegen der auftretenden N-Formen (s. Abbildung 4), können dabei aber nicht mehr einfache Automatenmodelle [10], verzweigende Automaten [11] oder Baumtransduktoren [12] benutzt werden. Es können jedoch Petri Netz Transduktoren [13, 14] eingesetzt werden, die sogar nahtlos an einfache Automaten Anschluss finden.

Die Operatoren können als Erwartungswert des äußeren Produkts von gleichartigen Situationen und Folgesituationen berechnet werden. Dabei bleibt noch zu klären, wie sie auf artikulierbare Strukturen abzubilden sind, damit auch Operatoren Gegenstand von Kommunikation werden können.

## Literatur

- [1] LINDEMANN, J.: *Semantische Interpretation und Artikulation mit Äußerungs-Bedeutungs-Transduktoren*. In [15], S. 119–126.

- [2] BISCHOF, N.: *Psychologie, ein Grundkurs für Anspruchsvolle*. Verlag Kohlhammer, 2 edn., 2009.
- [3] BISCHOF, N.: *Struktur und Bedeutung, Einführung in die Systemtheorie*. Hogrefe, vorm. Verlag Hans Huber, 3 edn., 2016.
- [4] RÖMER, R. und G. WIRSCHING: *Ein Beitrag zu den natur- und geisteswissenschaftlichen Grundlagen kognitiver Systeme*. In P. WAGNER (Hrsg.), *Proceedings of "Elektronische Sprachsignalverarbeitung (ESSV)"*, Bd. 65 d. Reihe *Studientexte zur Sprachkommunikation*, S. 93–102. TUDpress, Dresden, 2013.
- [5] WOLFF, M., R. RÖMER, und G. WIRSCHING: *Towards coping and imagination for cognitive agents*. In *Cognitive Infocommunications (CogInfoCom), 2015 6th IEEE International Conference on*, S. 307–312. 2015. doi:10.1109/CogInfoCom.2015.7390609.
- [6] WIDDOWS, D.: *Geometry und Meaning*. CSLI Publications, Lecture Notes, 2 edn., 2004.
- [7] RÖMER, R., M. HUBER, und G. WIRSCHING: *Ein Beitrag zur Gedankengeometrie kognitiver Systeme*. In [15], S. 101–110.
- [8] WIDDOWS, D.: *Semantic Vector Products: Some Initial Investigations*. *Second AAAI Symposium on Quantum Interaction*, Oxford, 26th–28th March 2008.
- [9] LORENZ, R., M. HUBER, und G. WIRSCHING: *On Weighted Petri Net Transducers*. In G. CIARDO und E. KINDLER (Hrsg.), *Proceedings of "Application and Theory of Petri Nets and Concurrency (PETRI NETS)"*, Bd. 8489 d. Reihe *Lecture Notes in Computer Science*, S. 233–252. Springer, 2014.
- [10] MOHRI, M.: *Weighted Automata Algorithms*, Kap. 6, S. 213–254. In [16], 2009.
- [11] KUSKE, D. und I. MEINECKE: *Branching automata with costs – a way of reflecting parallelism in costs*. *Theoretical Computer Science*, 328, S. 53–75, 2004.
- [12] FÜLÖP, Z. und H. VOGLER: *Weighted Tree Automata and Tree Transducers*, Kap. 9, S. 313–404. In [16], 2009.
- [13] HUBER, M., R. RÖMER, und M. WOLFF: *Little Drop of Mulligatawny Soup, Miss Sophie? Automatic Speech Understanding provided by Petri Nets*. In J. TROUVAIN, I. STEINER, und B. MÖBIUS (Hrsg.), *Proceedings of "Elektronische Sprachsignalverarbeitung (ESSV)"*, Bd. 86 d. Reihe *Studientexte zur Sprachkommunikation*, S. 122–129. TUDpress, Dresden, 2017.
- [14] HUBER, M. und M. WOLFF: *Segmenting Sequences Semantically. Using Petri Net Transducers for the Translation from Sequential Data to Non-Sequential Models*. In W. M. P. VAN DER AALST, R. BERGENTHUM, und J. CARMONA (Hrsg.), *Proceedings of the "International Workshop on Algorithms & Theories for the Analysis of Event Data (ATAED)"*, Bd. 1847 d. Reihe *CEUR Workshop Proceedings*, S. 139–157. CEUR-WS.org, 2017.
- [15] JOKISCH, O. (Hrsg.): Bd. 81 d. Reihe *Studientexte zur Sprachkommunikation*. TUDpress, Dresden, 2016.
- [16] DROSTE, M., W. KUICH, und H. VOGLER (Hrsg.): *Handbook of Weighted Automata*. Monographs in Theoretical Computer Science. Springer, 2009.