GEHÖRRICHTIGE GERÄUSCHANALYSE NICHTSPRACHLICHER AKUSTISCHER SIGNAL IN DER MUSTERERKENNUNG

Sören Wittenberg

Institut für Akustik und Sprachkommunikation der TU Dresden
soeren.wittenberg@tu-dresden.de

Kurzfassung: In immer mehr technischen Anwendungen wird die akustische Mustererkennung als objektives Verfahren zur Bewertung akustischer Ereignisse eingesetzt. Es wird so anhand der Geräuschsituation von Maschinen deren Verschleißzustand überwacht (z.B. [1]), oder die Laufzeit akustischer Signale bestimmt, wie es in der Kabelfehlerortung von erdverlegten Energieversorgungsleitungen notwendig ist (z.B. [2]). Die notwendigen akustischen Muster werden dabei meist sehr pragmatisch aus der Spektralanalyse mittels Kurzzeit-FFT gewonnen. Es hat sich gezeigt, dass auch Verfahren mit Orientierung an der auditiven Wahrnehmung des Menschen im Bereich der nichtsprachlichen akustischen Signale erfolgreich eingesetzt werden können. Die in [2] präsentierte Lösung bewertet unter anderem verschiedene Signalanalyseverfahren bezüglich deren Eignung zur Erzeugung robuster Merkmale für die automatische *Laufzeitmessung von gestörten akustischen Signalen mit Verfahren der Mustererkennung*. Dabei schnitt das Verfahren der Fourier-t(ime)-Transformation am besten ab. Die genutzte Implementierung zeichnet sich durch eine gehörangepaßte Parametrierung der eingesetzten Analysefilter entsprechend der Bark-Skala aus. Um zu bewerten ob die gehörrichtige Signalanalyse in der automatischen Mustererkennung nichtsprachlicher Signale bessere Erkennungsergebnisse liefert, als das gleiche Analyseverfahren mit konstanter Frequenzauflösung, wurden Experimente aus [1] und [2] aufgegriffen und der Vergleich zwischen konstanter und gehörangepaßter Einteilung der Frequenzachse bezüglich Bandbreite der einzelnen Analysebereiche durchgeführt. Es kann so gezeigt werden, dass die gehörrichtige Signalanalyse bei schmalbandigen Signalen der nicht gehörrichtige Analyse gleichbürtig, aber bei sehr breitbandigen Signalen unterlegen ist.

1 Problemstellung

In [2] konnte gezeigt werden, dass der Spracherkenner des Dresdner UASR-Frameworks als akustisches Mustererkennungssystem zur Kabelfehlerortung von erdverlegten elektrischen Energieversorungsleitungen eingesetzt werden kann. Ausgangspunkt war ein Überschlagsgeräusch, welches beim Anlegen einer Hochspannung an die Versorgungsleitung an der Fehlerstelle entsteht. Die Bodenschallsignale besitzen infolge frequenzabhängiger Dämpfung durch das Erdreich nur ein schmalbandiges Spektrum. Das eingesetzte Merkmalanalyseverfahren (Fourier-t(ime)-Transformation) zeichnete sich durch eine gehörangepaßte Einteilung der beteiligten Filterbank bzgl. Bandbreiten bzw. Mittenfrequenzen entsprechend der Bark-Skala aus. Es besteht die Frage, ob der erfolgreiche Einsatz des Verfahrens auf die gehörrichtige Geräuschanalyse dieser nichtsprachlichen akustischen Signale zurückzuführen ist.

2 Datenmaterial

Es wurden nichtsprachliche akustische Signale aus zwei verschiedenen Anwendungsgebieten der akustischen Mustererkennung für diese Untersuchung verwendet. Die erste Signalklasse S_I entstammt dem in der Problemstellung beschriebenen Bereich der Kabelfehlerortung entsprechend [2]. In diesem Anwendungsfall werden die Verfahren der akustischen Vektorfolgenklassifikation für die Ermittelung von Signallaufzeiten verwendet.

Die zweite Signalklasse S_{II} entstammt dem Bereich der Zustandsüberwachung beweglicher Maschinenbauteile. Sie wurde in [1] bzw. [2] vorgestellt, wo gezeigt werden konnte, dass das UASR-Framework auch im Bereich der Zustandsüberwachung rotierender Anpressrollen eines Versuchsstreckwerkes für die Verstreckung von Baumwollbändern eingesetzt werden kann.

2.1 Signalklasse S_I - Laufzeitbestimmung

Die verwendeten akustischen Signale entstammen Folgeaufnahmen des in [2] beschriebenen Korpus. Sie entstehen durch einen elektrischen Überschlag an der Fehlerstelle einer erdverlegten elektrischen Energieversorgungsleitung und sind jeweils $200\,ms$ lang. Sie enthalten eine Pause (PAU1), gefolgt von einem durch das Erdreich modellierten Impuls (IMP) und einer abschliessenden Pause (PAU2). Die Länge von PAU1 gibt Aufschluss über die Entfernung zwischen Mess- und Fehlerposition.

Die spektrale Analyse der akustischen Signale hat gezeigt, dass im spektralen Bereich oberhalb von 1500 Hz keine relevanten Informationen im Signal enthalten sind und unterhalb von 60 Hz niederfrequente Störsignalanteile dominieren, weshalb alle Signale entsprechend bandpaßgefiltert und in ihrer Abtastfrequenz auf 4 kS/s herabgesetzt wurden. Anschliessend erfolgte eine Annotation des eigentlichen Impulsanfangs und -endes innerhalb der Signaldateien. Für das Training der stochastischen Modelle wurden 2225 Einzelimpulse aus 6 Messungen an drei Testfehlerstellen benutzt, um die Ereignisse PAU1, IMP und PAU2 anzulernen. Eine der Trainingsdatenmenge disjunkte Menge von 804 Einzelimpulsen aus zwei Messungen an einer vierten Fehlerstelle diente als Teststichprobe. Aufgenommen wurden die Signale im Bereich von $0\,m$ bis $10\,m$. Trainings- und Teststichprobe enthalten im Nahbereich der Fehlerstelle (bis $4\,m$) nur 20 Elemente je Messung, wohingegen mit steigender Entfernung die Anzahl der Stichprobenelement steigt (90 Elemente je Messung bei 10 m).

2.2 Signalklasse S_{II} - Zustandüberwachung

Die verwendeten akustischen Signale entstammen den in [1] beschriebenen Korpus von Aufnahmen an einem Versuchsstreckwerk zum Verstrecken von Baumwollbändern. Der Versuchstand bot die Möglichkeit rotierende Oberwalzen verschiedenen Abnutzungs- bzw. Zerstörungsgrades einzubringen und so drei Klassen zu erzeugen

- *NEU* mit 2 Walzen
- *GEBRAUCHT* mit 3 Walzen
- *DEFEKT* mit 1 Walze

Jede Aufnahme ist 100 ms lang und beinhaltet 8 vollständige Walzenumdrehungen. Die Datenerfassung der 2160 Aufnahmen erfolgte bei einer Abtastfrequenz von 2,5 MS/s, wobei der

Überabtastungsfaktor von 4 den Signal-Rausch-Abstand um 6 dB verbesserte und die Abtastfrequenz auf 625 kS/s herabsetzt. Spektralanalysen zeigen in den Signalen enthaltene spektrale Komponenten bis etwa 100 kHz an. Anders als bei der Laufzeitbestimmung kann bei diesem Anwendungsfall nur eine Aussage über die "Ähnlichkeit" der Teststichprobe zum angelernten Signalmodel von Bauteilen der Klasse NEU erfolgen, da die Anzahl der Signale für die Klasse DEFEKT nicht ausreichend sind, um ein zuverlässiges Signalmodell zu trainieren. Die Datensätze der Klasse NEU wurden im Verhältnis 2 zu 8 zufällig in zwei disjunkte Mengen geteilt. Die größere Mengen wurden für das Training des statitischen Modells, die kleineren für den Test benutzt.

3 Bewertung der Aufnahmen

Die Bewertung der Aufnahmen erfolgt mit dem stochastischen Folgenklassifikator des UASR-Frameworks. Für die Signalklasse S_I erlernt der HMM-basierte Klassifikator die Merkmaleigenschaften (z.B. spektrale Eigenschaften) der drei definierten Klassen PAU1, IMP und PAU2. Im Kann-Fall ermittelt er die Zugehörigkeit jedes Merkmalvektors zu einer dieser Klassen und kann dadurch die Laufzeit des Signals anhand des Auftretens des Impulses bestimmen und mit der manuell annotierten Laufzeit vergleichen.

Die Eigenschaften der Signale aus Signalklasse S_{II} können aus Mangel akustischer Signale von defekten Bauteil nicht für alle drei definierten Klassen NEU, GEBRAUCHT und DEFEKT erlernt werden. Aus diesem Grund wird nur ein NEU-Modell angelernt. Die notwendigen Modellparameter wurden iterativ vom Viterbi-Trainingsalgorithmus geschätzt. Das Ergebnis der Signalbewertung ist ein Ähnlichkeitsmaß, hier der *negative log.-likelihood (nLL)*. Dieser Wert gibt an, wie sehr eine gegebene Merkmalvektorsequenz $\mathbf{o} = (\vec{o}_1, ..., \vec{o}_K)$ dem Hidden Markov Modell $\mathscr{H}_{NEU}$ ähnelt, wobei dieses die neuen Walzen beschreibt. Ein kleiner Wert kennzeichnet eine gute Übereinstimmung. Mathematisch ist der nLL wie folgt definiert

$$nLL(\mathbf{o}|\mathscr{H}_{NEU}) = -log(p(\mathbf{o}|\mathscr{H}_{NEU})) \tag{1}$$

mit

$$p(\mathbf{o}|\mathscr{H}_{NEU}) = \sum_{U \in U^K(I,F)} \left(\prod_{e_k \in U} P(e_k) \cdot p(\vec{o}_k|G_k) \right) \tag{2}$$

und

$$p(\vec{o}_k|G_k) = \frac{1}{2\pi^{\frac{N}{2}} |\sum_k|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\vec{o}_k - \vec{\mu}_k)^T \Sigma^{-1} (\vec{o}_k - \vec{\mu}_k)} \tag{3}$$

wobei $U^K(I,F)$ die Menge aller konstruierbaren Pfade der Länge K durch das HMM ist. Durch $P(e_k)$ wird die Wahrscheinlichkeit des Zustandsüberganges e_k vom einem HMM Zustand zu einem andern Zustand angebenen, und $G_k = (\vec{\mu}_k, \Sigma_k)$ beschreibt den typischen zeitlichen Verlauf der Merkmale durch eine (gaussverteilte) Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit dem Mittelwertvektor $\vec{\mu}_k$ und der Kovarianzmatrix Σ_k. Jeder Teststichprobe wird ein nLL zugeordnet. Die Bewertung der Klassifikationsleistung erfolgt optisch mit Hilfe eines Histogrammes, in welches die nLLs eingetragen werden.

4 Merkmalanalyse und Klassifikation von S_I

4.1 FOURIER-Time-Transformation (FTT)

In [2] wurde gezeigt, dass die FOURIER-Time-Transformation (FTT [4]) für die Kabelfehlerortung geeignet ist. Wegen der möglichen Variation von Zeit- und Frequenzauflösung ausgewählt, wurde bereits in den Vorbetrachtungen von [2] darauf hingewiesen, dass die verwendete Variante eine Nachbildung der Eigenschaften des menschlichen Gehörs erlaubt. Dafür muß die FTT als Filterbank mit Analysefiltern (Bandpäßen) variabler Mittenfrequenzen und Bandbreiten betrachtet und die Analysefilterparameter gehörangepaßte bestimmt werden.

Durch E. Zwicker [5] ist bekannt, daß das menschliche Gehör akustische Reize in *Frequenzgruppen* verarbeitet. Unterhalb von 500 Hz sind die Bandbreiten dieser Frequenzgruppen mit etwa 100 Hz konstant, steigen dann aber oberhalb von 500 Hz näherungsweise mit einer Bandbreite von 0,2 mal der Frequenz gleichbleibend an. Wird die von H. Barkhausen formulierte Bark-Skala betrachtet, entspricht die Bandbreite einer Frequenzgruppe einem Bark und die Frequenzgruppennummer korrespondiert direkt mit der Bark-Skala. Soll eine gehörangepaßte Signalanalyse erfolgen, kann dies beispielsweise durch die Verwendung einer Filterbank mit Bandpaßfilter entsprechender Bandbreiten und Mittenfrequenzen erfolgen. Die den Filter zugrundeliegenden Flankensteilheiten werden hier nicht betrachtet, obwohl bekannt ist, daß die Flankensteilheiten der menschlichen "Bandpässe" frequenzabhängig sind.

Gilt die Bark-Skala als Basis für die Parametrierung, so wird von einer Startfrequenz $f_s = 50\,Hz$, einer Filterbandbreite $B = 1.0\,Bark$ bezogen auf die Filtermittenfrequenz f_m und einem Abstand aufeinanderfolgender Filtermittenfrequenz von $\Delta f = 1.0\,Bark$ ausgegangen. Dadurch entstehen im Frequenzbereich bis 2 kHz 14 Bandpaßfilter entsprechend Abbildung 1. Die Berechnung der Filtermittenfrequenzen $f_m[Hz]$ und -bandbreiten $B_m[Hz]$ mit $m = 0, 1, ..., 13$ für die Einteilung des Frequenzbereiches entsprechend der Bark-Skala erfolgt nach [6]

$$f_{m=0} = f_s \tag{4}$$

$$f_{m+1} = f_m + \Delta f * (25 + 75 * (1 + 1,4 * f_m/1000^2)^{0,69}) \tag{5}$$

$$B_{m+1} = B * (25 + 75 * (1 + 1,4 * f_{m+1}/1000^2)^{0,69}) \tag{6}$$

wobei die von Zwicker formulierten $100\,Hz$ Bandbreiten der Filter im Bereich $< 500\,Hz$ nur näherungsweise eingehalten werden.

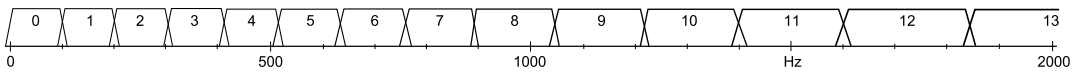

Abbildung 1 - Qualitative Darstellung der ersten 14 Frequenzgruppen entsprechend Bark-Skala

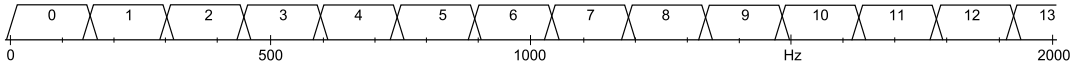

Abbildung 2 - Qualitative Darstellung der ersten 14 Frequenzgruppen mit konstanter Bandbreite

Die konstante Einteilung des betrachteten Frequenzbereiches ist zum Vergleich in Abbildung 2 dargestellt. Sie wird mittels Bandpaßfiltern fester Bandbreite B vorgenommen, wobei von der Startfrequenz f_s beginned durch Aufsummierung von jeweils Δf die Filtermittenfrequenzen berechnet werden. Um im eigentlichen Klassifikationsprozess Vergleichbarkeit zwischen

gehörangepaßter und konstanter Einteilung des Frequenzbereiches zu ermöglichen, wird die durch die gehörangepaßte Analyse vorgegebene Anzahl der Filterkanäle ebenfalls im konstanten Fall benutzt.

Wird davon ausgegangen, dass die verwendeten akustischen Signale bandbegrenzt sind (Frequenzbereich von $60-1500\,Hz$ von Interesse), kann die Mittenfrequenz des ersten Analysefilters nach "oben" verschoben werden und nach Neuberechnung aller Filterparameter ergeben sich 11 gehörangepaßte Analysefilter (F_I) entsprechend der in Abb. 3 qualitativ dargestellte Situation. Der entsprechende Fall mit 11 Analysefiltern (F_{II}) konstanter Bandbreite ist qualitativ in Abbildung 4 dargestellt. Diese 11 Analysefilter stellen die primären Merkmalvektoren bereit.

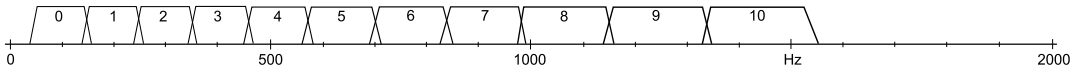

Abbildung 3 - Darstellung von 11 Frequenzgruppen im Bereich $60-1500\,Hz$ gemäß Bark-Skala

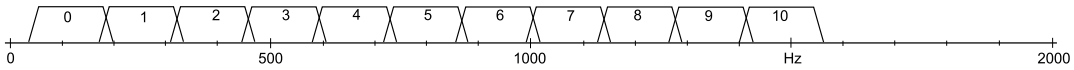

Abbildung 4 - Darstellung von 11 Frequenzgruppen konstanter Bandbreite im Bereich $60-1500\,Hz$

In Abbildung 5 sind die Ausgaben dargestellt, die die FTT mit den Analysefilter F_I und F_{II} erzeugt.

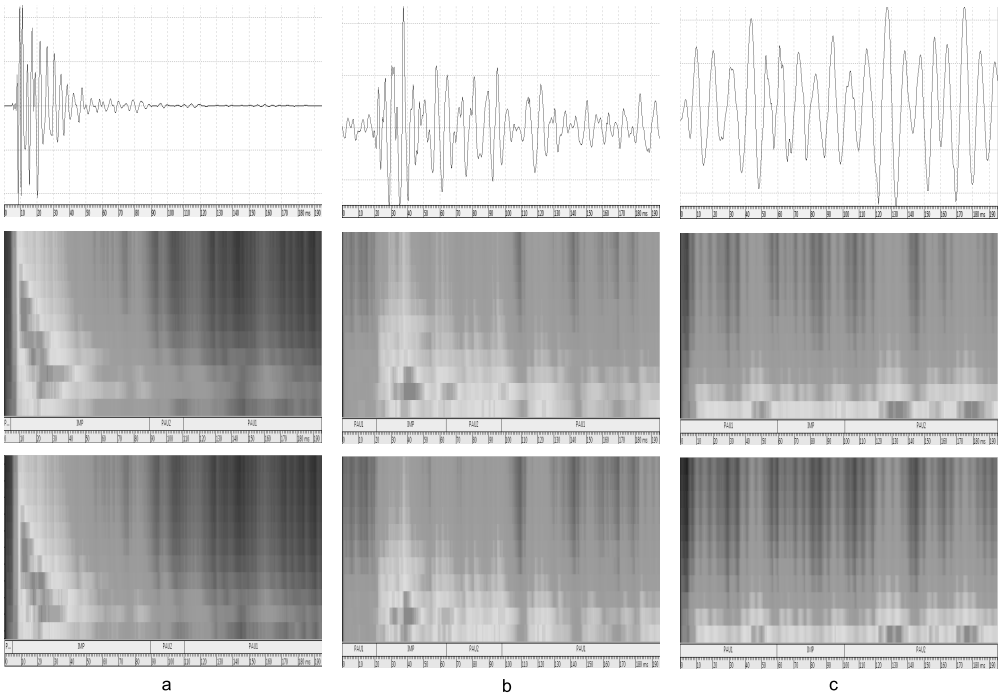

Abbildung 5 - Zeitsignalbeispiele (oben; $200\,ms$; Signal verstärkt auf $Spitzenwert = 3\,dB_{FS}$) für a) $1\,m$ b) $4\,m$ und c) $10\,m$ und FTT-Ausgaben (mitte: mit F_I; unten: mit F_{II}) in Spektrogrammdarstellung (Ordinate: Frequenzgruppen)

4.2 Dynamische Merkmale

Zur Beschreibung der dynamischen Eigenschaften der FTT-transformierten Signale werden die Delta- und Delta-Delta-Merkmale in allen FTT-Bändern berechnet und dem primären Merkmalvektor angehangen. In die Berechnung werden nur die umittelbar benachbarten Merkmalvektoren einbezogen. Die Merkmalvektordimension verdreifacht sich.

4.3 Hauptkomponentenanalyse

Um die Anzahl der tatsächlich für die Klassifikationsaufgabe relevanten Merkmale weiter zu senken, wird auf die primären Merkmale (einschließlich der Delta- und Delta-Delta-Merkmale) eine Hauptkomponentenanalyse (engl. *principal component analysis*) angewandt und die transformierten Merkmalvektorkomponenten absteigend nach ihren Eigenwerten sortiert. Die ersten n Komponenten werden als Merkmale für die folgende Klassifiaktion verwendet. Ziel der Reduzierung der Merkmalvektordimension ist die zuverlässigere Schätzung der statistischen Modellparameter.

4.4 Klassifikation

Als Erstes wurden die Klassifikationsexperimente ohne die Verwendung dynamischer Merkmale durchgeführt. Als Erkennungskriterium galt es, die manuell annotierten Impulsanfänge mit einer Genauigkeit von $+/-2ms$ zu detektieren. Wird die Merkmalanalyse nach Typ F_I und F_{II} mit nachfolgender Klassifikation vorgenommen, erzielt die gehörangepaßten (Typ F_I) Merkmalanalyse eine etwas bessere Erkennungsrate der 804 Stichprobenelemente. Die absoluten Erkennungsergebnisse sind:

- S_I mit F_I: 52,3%
- S_{II} mit F_{II}: 51,0%

Da die Differenz von $1,3\%$ sehr gering ist und keine Aussagekraft hat, wurde zusätzlich eine Kreuzvalidierung durchgeführt. Die Signale jeder Messstelle wurde getestet, wobei die jeweilige Trainingsstichprobe aus den Signalen aller anderen Messstellen bestand. Das Ergebnis der Kreuzvalidierung bescheinigt der gehörangepaßten Filterbank (F_I) 4% bessere Erkennungsergebisse als F_{II} mit konstanter Bandbreite.

Als Zweites wurden die dynamischen Merkmale hinzugenommen und die Merkmalvektordimensionalität mittels Hauptkomponentenanalyse wieder auf 11 reduziert. Das Ergebnis dieses Versuches zeigt eine Differenz von $2,6\%$, allerdings Zugunsten der konstanten Einteilung des betrachteten Spektralbereiches. Weit bedeutsamer sind aber die absoluten Erkennungsergebnisse, da diese um über 20% gestiegen sind:

- S_I mit F_I, $\Delta/\Delta\Delta$ und PCA: 74,2%
- S_I mit F_{II}, $\Delta/\Delta\Delta$ und PCA: 76,7%

Die Ergebnisse lassen keine eindeutigen Aufschlüsse zu, welche Einteilung des zu untersuchenden Spektralbereichs vorzunehmen ist. Bei den verwendeten Signalen spielt es praktisch keine Rolle ob eine gehörangepaßte oder konstante Einteilung vorgenommen wird. Der Grund dafür ist in der geringen spektralen Bandbreite der Signale zu suchen. Dadurch gleichen sich die Bandbreiten bzw. Mittenfrequenzen der einzelnen Analysefilter F_I bzw. F_{II} stark. Deshalb werden folgend die breitbandigen Signale S_{II} betrachtet.

5 Merkmalanalyse und Bewertung für S_{II}

5.1 Fast-FOURIER-Transformation (FFT)

Das beste Analyseverfahren für die S_{II}-Signale ist nach [1] die Fast-FOURIER-Transformation. Mittels überlappender Blackman-Fensterfunktionen werden die Signal in Abschnitte zerlegt und durch 16384-Punkte FFTs in den Spektralbereich überführt. Die Bildung von Frequenzgruppen erfolgte auf dem FFT-Betragsspektrum durch Mittelwertbildung von Spektrallinien.

Die gehörangepaßte Einteilung des zu betrachteten Frequenzbereiches bis $100\,kHz$ verlangt nach Gleichung 5 32 Frequenzgruppen (F_I). Die erste Gruppe besitzt eine Bandbreite von rund $100\,Hz$, wohingegen die letzte Frequenzgruppe eine Bandbreite von rund $30000\,Hz$ aufweist. Für die konstante Einteilung ergeben sich 32 Frequenzgruppen (F_{II}) mit jeweils einer Bandbreite von rund $3125\,Hz$ (etwa 79 Koeffizienten der durchgeführten FFT). In Abbildung 6 sind die Ausgaben dargestellt, die die FFT mit den Analysefilter F_I und F_{II} erzeugt.

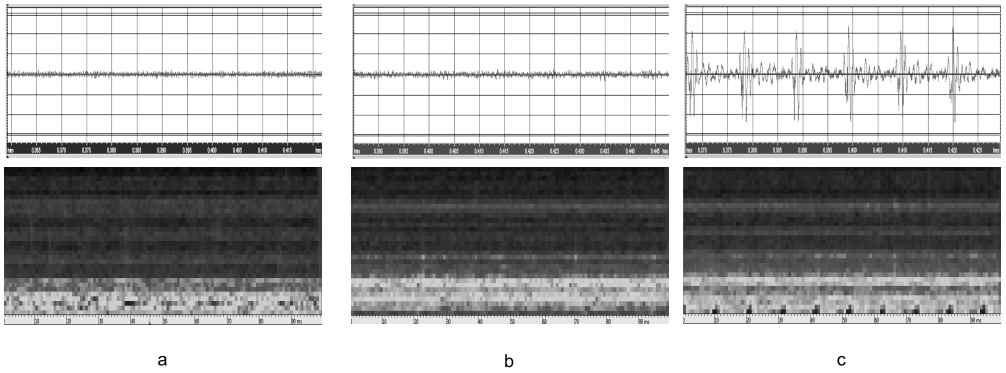

Abbildung 6 - Zeitsignalbeispiele (oben) für Klassen a) NEU b) GEBRAUCHT und c) DEFEKT und FTT-Ausgaben (mitte: mit F_I; unten: mit F_{II}) in Spektrogrammdarstellung

5.2 Dynamische Merkmale und Hauptkomponentenanalyse

Für die Signale S_{II} wurde festgestellt, dass die Anwendung von dynamischen Merkmalen nicht angebracht ist. Um die Anzahl der für die Klassifikationsaufgabe benutzten Merkmale zu senken, wird auch hier eine Hauptkomponentenanalyse durchgeführt, die transformierten Merkmalvektorkomponenten absteigend nach ihren Eigenwerten sortiert und die ersten n Komponenten als Merkmale für die Klassifiaktion verwendet.

5.3 Bewertung

Infolge zu weniger Signale der Fehlerklasse DEFEKT, kann kein verlässliges Modelle der defekten Bauteile erstellt werden. Um dennoch eine Klassifikation der defekten Bauteile vornehmen zu können, werden die reichlich vorhandenen Signale neuer Bauteile für die Erstellung eines *NEU*-Modelles herangezogen. Alle im Verlauf untersuchten akustischen Signale wurden gegen dieses Modell getestet und auf "Ähnlichkeit" bewertet. Dieses Vorgehen wird auch *one class classification* genannt, suggeriert dadurch aber, dass eine binäre Entscheidung getroffen wird (gehört zur Klasse bzw. gehört nicht zur Klasse). Deshalb ist der Begriff Ein-Klassen-Bewertung (*one class assessment*) zutreffender.

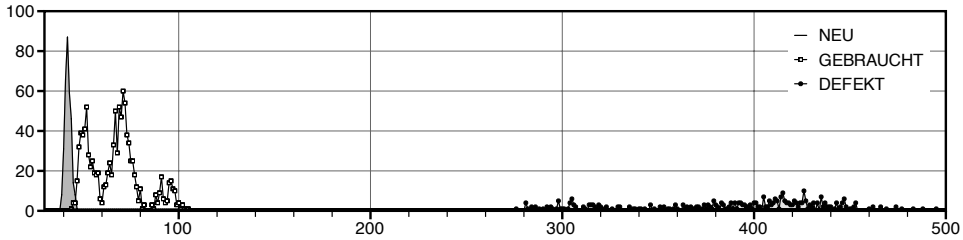

Abbildung 7 - Bewertung der Signale S_{II} (Zustandüberwachung); Ordinate trägt die Häufigkeiten bestimmter nLL-Werte (Abszisse)

Die "Ähnlichkeiten" (nLL-Wert) der einzelnen Signale zum NEU-Model werden in einem Histogramm dargestellt. Im Fall F_I ballen sich alle Bewertungen in einem lückenlosen Bereich. Eine Trennung der Klassen ist nicht möglich. In Abbildung 7 ist das Ergebnis für F_{II} dargestellt. Die Klassen lassen sich trennen.

Die gehörangepasste Frequenzgruppen ist für diese Signalklasse nicht einsetzbar, da die spektrale Auflösung in den unteren Frequenzen zu fein und in den oberen Bereichen zu grob ist.

6 Zusammenfassung

Es ist möglich die gehörangepaßte Signalanalyse für nichtsprachliche akustische Signale anzuwenden, allerdings unter der Voraussetzung, dass die Signal nur in einem schmalen Frequenzbereich Informationen tragen. Ist dieser Bereich $< 2\,kHz$ sind keine bzw. nur geringe Einbußen in der Erkennungsleistung zu erwarten. Sind die Signale hingegen deutlich breitbandiger als der durch das menschliche Gehör abgedeckte Bereich, wird sich die grobe Auflösung in den oberen Frequenzbereichen schlecht auf die Erkennungsleistung auswirken.

Literatur

[1] Wittenberg, S.; Hoffmann, R.:"Erweiterung eines HMM-basierten Spracherkennungssystems für die Zustandsüberwachung beweglicher Maschinenteile",Conference om Electronic Speech Signal Processing 2008, ESSV 2008,

[2] Kordon, U., Wolff, M., Kürbis, S.: "Laufzeitmessung von gestörten akustischen Signalen mit Verfahren der Mustererkennung",Conference om Electronic Speech Signal Processing 2010, ESSV 2010, pp.166-173

[2] Wittenberg, S.; Wolff, M.; Hoffmann, R.: "Feasibility of statistical classifiers for monitoring rollers",International Conference on Signals and Electronic Systems 2008, ICSES '08, pp.463-466

[4] Terhardt, E.: "Fourier Transformation Of Time Signals: Conceptual Revision",In: Acustica, Vol. 57 (1985), pp. 242-256

[5] Zollner, M.; Zwicker, E.: "Elektroakustik", Springer-Lehrbuch, 3. Auflage, 2003

[6] Zwicker, E.; Terhardt, E.: "Analytical expressions for critical-band rate and critical bandwidth as a function of frequency", In: Journal of the Acoustical Society Of Am.erica, Vol. 68 (1980), pp. 1523-1525